



黄德东

橡胶减振器动刚度有限元数值预测方法研究

黄德东, 吴斌, 徐超

(西北工业大学 航天学院 西安 710072)

摘要: 提出了一种基于有限元的橡胶减振器动刚度预测方法, 对方法中的材料本构模型、有限元模型、动刚度预测流程进行了分析和研究。利用此方法对某惯导减振器进行预测, 获得减振器动刚度和阻尼值, 代入单自由度分析模型后预报出的动响应结果与试验结果基本一致。用该方法能捕捉到由于减振器刚度变化而引入的高频率共振峰, 表明该方法具有更高的精度。

关键词: 橡胶减振器; 动刚度; 预测方法; 有限元

中图分类号: V232.4

文献标识码: A

文章编号: 1003-8728(2013)05-0660-05

A New Prediction Method of Dynamic Stiffness for the Rubber Isolator Based on Finite Element Analysis

Huang Dedong, Wu Bin, Xu Chao

(Northwestern Polytechnical University, College of Astronautics, Xi'an 710072)

Abstract: A new prediction method of dynamic stiffness for the rubber isolator based on the finite element method was proposed. The relevant constitutive relationship model, finite element model and prediction process for dynamic stiffness were studied. A rubber isolator prediction for an IMU was performed, and the dynamic stiffness and damping values were thus obtained. The present stiffness and damping values were applied to a single freedom dynamic response analysis, the analysis results of dynamic response are consistent with the testing results. Moreover, the high frequency resonance due to dynamic stiffness changes can be calculated during the middle and high frequency by using the stiffness prediction method, which indicates the method has higher calculation precision comparing with traditional prediction methods of static stiffness.

Key words: rubber isolator; dynamic stiffness; prediction method; FEA

工程中的减振器分析, 通常采用试验测定减振器的静态刚度, 然后根据经验公式换算为动刚度, 结合动态试验测得的阻尼比, 确定减振系统的特性参数^[1]。这种方法忽略了减振器的质量和驻波效应, 依赖于试验加载条件, 通常不能考虑阻尼材料随频率变化的动态特性, 动刚度预报精度低, 无法准确确定减振器在中高频的动态特性。简化的隔振分析模型通常没考虑基础的弹性, 会带来高频响应预报的误差。从而影响整体对精密仪器振动控制的评估。

减振器动态特性描述可采用机械阻抗理论的四端参数法。简化为伪线性系统的减振器的传递矩阵方程可由其上下端面的力和位移分量表示为^[2]

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: F_1 、 F_2 分别为上、下端面的力分量; U_1 、 U_2 分别为上、下端面位移分量; K_{ij}^* 为复频变传递刚度矩阵; F 、 U 都由 6 个分量组成 (3 个方向的平动和绕 3 个轴的转动)。[K] 为 12 阶的复数矩阵, 确定减振器的动刚度, 实质上就是确定 [K] 的诸传递刚度项。

减振器动态阻抗或者传递刚度项的测定可通过振动实验的办法: 首先约束某端面上的除测定方向的所有自由度, 然后在该方向上施加单位正弦激励, 试

收稿日期: 2012-06-25

作者简介: 黄德东 (1982 -), 博士研究生, 研究方向飞行器结构设计, lab801@yahoo.cn; 吴斌 (联系人), 副教授, wubin@nwpu.edu.cn

验测取该自由度方向上的柔度项,最后转化为传递刚度。测定全部的刚度值需要 12 次试验,每次试验结果对应刚度矩阵的一列。采用有限元数值仿真的方法,规避了试验法确定减振器刚度特性耗费大、周期长的缺点,是一种减振设计的高效、高精度方法。

1 减振器动刚度有限元数值预测方法

有限元法进行动刚度预测首先建立合理的非线性有限元数学模型,然后根据实际产品振动实验,模拟试验加载条件和测量条件,进行稳态正弦响应仿真得到式(1)中的传递刚度值。有限元模型包括几何模型、材料本构模型和载荷边界条件,其中材料本构模型的选取是至关重要的。

1.1 橡胶材料本构模型选取

假设橡胶材料是均匀的、各向同性和近似不可压缩的超弹性材料。描述超弹性材料的静态弹性本构关系通常采用应变能函数的形式

$$\sigma = -pI + 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial U}{\partial I_2} \right) B - \frac{\partial U}{\partial I_2} B^2 \right] \quad (2)$$

式中: σ 为 Cauchy 应力; U 为应变能函数; B 为 Cauchy-Green 变形张量; p 为静水压力; I_i 为主应变不变量。较多文献研究给出了用主应变不变量表示的具体的应变能函数形式,常用的有多项式、Ogen、Yeoh 模型等^[3-5]。通用的多项式材料模型为

$$U = \sum_{p+q=1}^{\infty} C_{pq} (\bar{I}_1 - 3)^p (\bar{I}_2 - 3)^q + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{D_p} (J - 1)^{2p} \quad (3)$$

式中右端第一项反映了材料的超弹性变形,第二项式考虑橡胶实际上可压缩的修正项。式中系数可通过对橡胶材料力学试验获得。应用在减振器上的橡胶粘性材料多是添加碳等成分的改性橡胶,文献[5]在通用多项式模型基础上提出了降阶的 Yeoh 模型,被认为是描述减振橡胶材料的较好模型

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + C_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 + \sum_{p=1}^3 \frac{1}{D_1} (J - 1)^{2p} \quad (4)$$

论文选取该模型作为描述减振器橡胶力学行为的基本模型。确定材料本构关系后,应用包含材料非线性和几何非线性分析能力的有限元分析程序,即可求取减振器的静态刚度值,或者确定考虑负载质量和预压缩后的变形状态。

橡胶的动态行为用频变的剪切模量 G^* 和损耗因子 β 来描述。将时域的橡胶阻尼材料粘弹性模型进行拉普拉斯变换,得到频变的材料属性。常用的粘弹性时域模型有广义麦克维尔模型、分数导数模

型等^[6]。另一种获得材料动态属性的方法是采用动态机械测试仪(DMA)测定材料温变、频变的 G^* 和 β ,应用温频等效原理对测量结果进行拓展。

1.2 中高频分析的有限元网格细化

准确预测减振元件的机械阻抗特性还必须考虑在中高频区有限元方法的适用性。有限元分析方法求解结构的动力响应在低频段有较好的精度,但在中高频段,由于结构模态密集和复杂,难有效地准确模拟。文献[7]中提出了有限元求解频率的上限与单元网格大小的关系,研究了板、梁等典型结构。为了较好的描述应力波传播,一个波长内至少应有 5 个节点,由此提出了单元尺寸 $\Delta \leq \lambda_{\min}/4$ 的细化标准(λ_{\min} 为频率上限内最小应力波长)。

对于三维实体有限元网格的细化,文献[7]并未进行研究。实际上,有限元网格的细化程度与计算结构的模态数密切相关,精细的网格能够捕捉到结构要求频段内的更多模态,并且当网格细化到一定程度时,计算得到的模态数保持稳定。据此认为可采用如下的细化标准来确定减振器中高频阻抗预测中的网格划分尺度:按要求的频率上限,选定计算结构模态数的频率范围(该范围的频率上限应大于要求的频率上限);有限元网格划分由粗到细分别建立不同的计算模型,求得在选定的频率范围内各计算模型的模态数,认为模态数突然增大并接近饱和的计算模型即可作为中高频振动响应计算的细化模型。

以一个四边简支薄方板在随机面分布力作用下的振动加速度响应分析为例。随机分布力的功率谱密度为 $10^6 \text{ Pa}^2/\text{Hz}$ 。采用 CQUAD4 单元分别对不同网格密度的有限元模型进行 0~2 000 Hz 内的随机响应分析,板中心点的数值计算结果与解析解见表 1。

表 1 不同网格密度的板中点随机响应加速度均方根结果与数值解

网格密度	响应均方根 $/(m \cdot s^{-2})$	数值解与解析 解误差	0~3 000 Hz 内模态数
6×6	1.569×10^4	40.3%	25
12×12	2.325×10^4	11.6%	80
24×24	2.596×10^4	1.6%	77
48×48	2.61×10^4	0.6%	75

从表 1 可见,随着有限元网格不断细化,加速度响应的数值解逐渐向解析解逼近,但在网格密度达到 12×12 后,密度加倍对误差减小的影响越来越不显著。从模态数上看,当模型细化到 12×12 的网格时,

模态数突然增大并以后基本稳定,且该网格密度下数值结果已满足工程设计要求,因此可选择 12×12 的网格作为该结构的细化网格进行动态响应分析。

1.3 基于有限元的数值预测方法

根据刚度矩阵的物理意义,在结构某自由度上指定单位位移,而约束其他自由度的位移,可以确定该自由方向上结构刚度值,也即刚度矩阵的一列元素。在采用有限元法数值模拟时,首先应在某自由度上指定谐波单位位移,然后进行频率响应分析,从而确定与之对应的传递刚度矩阵元素值。

一般情况下,描述减震器的动态特性需要用 12×12 的传递刚度矩阵 $[K]$ 。但根据瑞雷原理^[2],有 $K_{12}^* = K_{21}^*$ 。特别地,对工程中应用的减振器,通常几何形状具有对称性,因此由刚度矩阵的物理意义可知,刚度矩阵中独立元素数目还可以进一步减少。

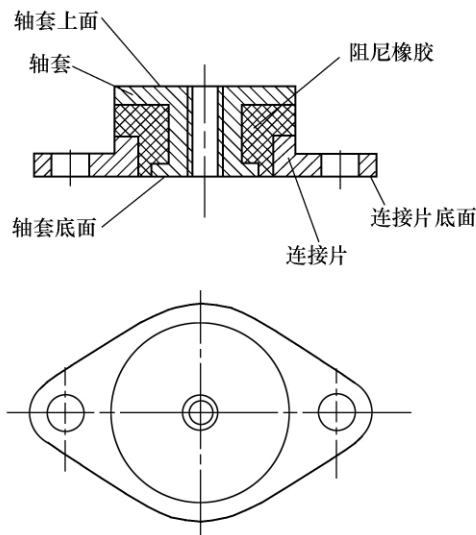


图1 某型惯导减振器结构示意图

以图1所示的减振器为例,由于旋转对称性,动刚度子矩阵有如下形式,即

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} k_{ij}(1,1) & & & & & k_{ij}(1,5) \\ & k_{ij}(2,2) & & & & k_{ij}(2,4) \\ & & k_{ij}(3,3) & & & \\ & & & k_{ij}(4,4) & & \\ k_{ij}(5,1) & & & & & k_{ij}(5,5) \\ & & & & & & k_{ij}(6,6) \end{bmatrix}$$

$$i, j = 1 \sim 2 \quad (5)$$

而且,由于对称性,每个子矩阵的某些刚度元素还彼此有关,如

$$k_{11}(1,1) = k_{11}(2,2) = k_{22}(1,1) = k_{22}(2,2),$$

$$k_{11}(3,3) = k_{22}(3,3),$$

$$k_{11}(4,4) = k_{11}(5,5) = k_{22}(4,4) = k_{22}(5,5),$$

$$k_{11}(6,6) = k_{22}(6,6).$$

以及

$$k_{21}(1,1) = k_{21}(2,2) = k_{12}(1,1) = k_{12}(2,2),$$

$$k_{21}(3,3) = k_{12}(3,3),$$

$$k_{21}(4,4) = k_{21}(5,5) = k_{12}(4,4) = k_{12}(5,5),$$

$$k_{21}(6,6) = k_{12}(6,6).$$

从以上分析可知,对实际工程设计而言,可以利用结构特点用较少的试验次数或仿真次数即可确定刚度矩阵的全部元素值。具体到本文,可用四次仿真而确定减振器的频变的动刚度。如图2a)所示,指定端面轴向位移分量 u_{31} 的情况下,可以确定对应的轴向动刚度值 $k_{11}(3,3)$ 和 $k_{21}(3,3)$; 如图2b)所示,指定端面内位移分量 u_{11} 的情况下,可以确定对应的横向动刚度 $k_{11}(1,1)$ 和 $k_{21}(1,1)$,以及横向与转动耦合动刚度 $k_{11}(5,1)$ 和 $k_{21}(5,1)$ 。同理还可指定端面转动位移分量 u_{41} 以确定转动动刚度以及转动与平动的耦合动刚度,指定转动位移 u_{61} 确定减振器的扭转动刚度项 $k_{11}(6,6)$ 。

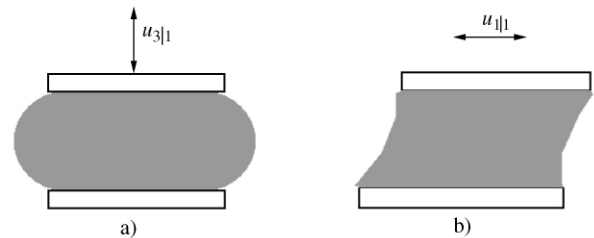


图2 动刚度计算时有限元模型指定位移示意图

对于施加预压缩变形和负载较大的减振器,在进行动刚度仿真前还必须确定由预紧和大负载造成的静态变形。即首先通过非线性静力分析确定压缩后的变形状态,然后以此状态为基准,再指定谐波单位位移来确定对应的动刚度值。

当考虑材料属性的频变时,频率域动响应计算的每一步长内都需要重新形成刚度矩阵,因此必须采用直接积分方法求解。Nastran 中 SoL108 直接积分频率响应分析中通过 TABLEDi 卡片定义橡胶阻尼材料的剪切模量的实部和虚部随频率变化的特性^[8]。

综合上述内容,可以形成基于有限元仿真的减振器动刚度数值预测方法,如图3所示。首先根据减振器几何模型,初步划分有限元网格并结合模态分析,确定动响应分析的细化程度,形成有限元仿真模型;若考虑减振器预变形,则选取 Yeoh 材料模型参数进行材料非线性有限元静力分析,确定变形状态;然后再建立频变的材料模型,对考虑预变形(或

原始模型) 指定单位谐波位移载荷, 根据对应的约束条件进行直接频率响应分析, 获取对应的动刚度值。该方法适用于一般的减振器结构, 可用于在设计和校核阶段准确的获取减振器频变的动刚度特性, 特别是用于研究预压缩变形等关键参数对整体隔振效果的影响。

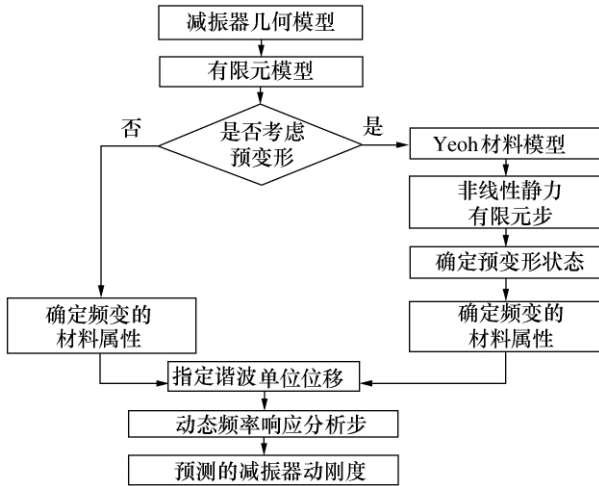


图 3 减振器动刚度有限元数值预测法流程

2 动刚度数值预测方法效果分析与实验验证

2.1 某减振器动刚度预测

根据图 1 和有限元模型网格细化标准, 建立惯导减振系统的减振器有限元模型如图 4 所示, 模型沿周向分为 48 个单元, 沿径向分为 10 个单元, 单元类型选择 8 节点六面体等参数单元, 全部模型共 5432 单元, 6837 节点。

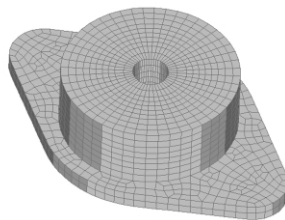


图 4 某型惯导减振器有限元模型

暂不考虑预压缩变形, 分别指定各自由度方向上的谐波单位位移, 按上节研究的动刚度确定方法进行频率响应分析。减振器的阻尼材料为 ZN 系列橡胶材料, 阻尼材料的剪切模量和损耗因子频变的材料属性曲线见图 5。

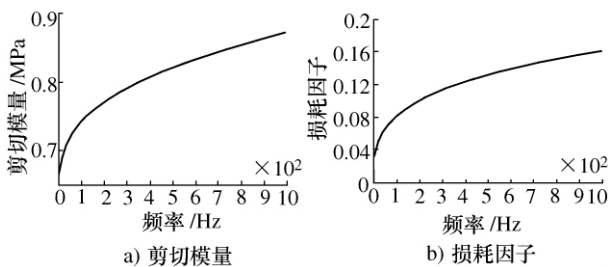


图 5 减振器阻尼材料的特性曲线

根据第 2 节理论和方法进行减振器的动刚度预测, 横向动刚度和轴向动刚度曲线见图 6、图 7 所示。

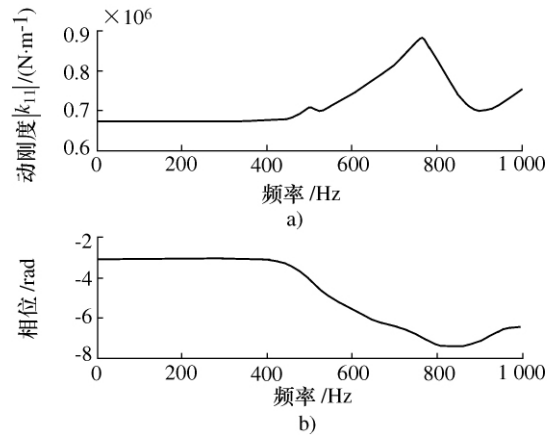


图 6 预测的减振器轴向动刚度幅值相位

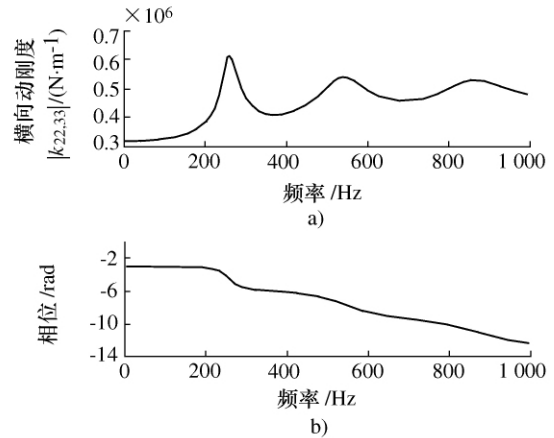


图 7 预测的减振器横向动刚度幅值和相位

与传统的将减振器等效为与其静刚度相当的弹簧的方法不同, 动刚度预报有限元法实际是考虑了减振器自身的惯性特性, 因而应用该法得到的减振器刚度和阻尼特性是随频率的变化而变化的, 这种动态变化特性继而又对系统的隔振效果分析产生重要的影响。

由图 6 和图 7 可知, 在低频段, 减振器基本体现出“准静态”行为, 动刚度与静刚度值接近, 并不随频率增大发生明显变化, 特别是在轴向, 体现的更为明显; 随着激励频率增大, 减振器自身的惯性特性表现出来, 动刚度随频率改变变化明显, 特别在 300 Hz 左右共振峰处, 横向动刚度的值是静态刚度值的 15 倍左右; 而轴向动刚度在 800 Hz 左右达到峰值, 其比静刚度增大 2 倍多, 这说明在动态激励下, 减振器的动特性变化区间较大, 传统的依据静刚度分析隔振系统的方法存在较大的预报误差, 精细分析时必须要考虑减振元件的动刚度变化特性。

2.2 减振器减振效果预测与实验验证

得到减振器的动刚度特性后,可进一步分析整个惯导减振系统(惯导+减振器+安装板)的动力学响应特性,并预报隔振效果。这里仍采用简化的单自自由度假设模型,该模型不考虑安装基础的弹性,将减振器简化为弹簧阻尼单元,将设备简化集中质量单元,各振动方向是不耦合的。但与传统的减振器分析方法不同,这里将减振器的刚度和阻尼特性取为上文计算的动态值。同时,为了验证隔振系统的性能,还对“惯导+减振器+安装板”系统进行了正弦扫描振动试验,将有限元预测的结果与动力学试验结果进行对比。

弹簧阻尼元刚度特性和阻尼特性的具体取法如下,将相位的正切值取为动态变化的阻尼,刚度值采用动态变化的刚度值。频率响应分析的简化模型如图8所示。

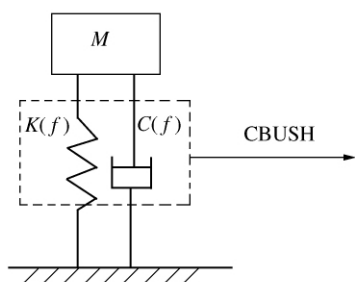


图8 惯导系统隔振分析的单自由度模型

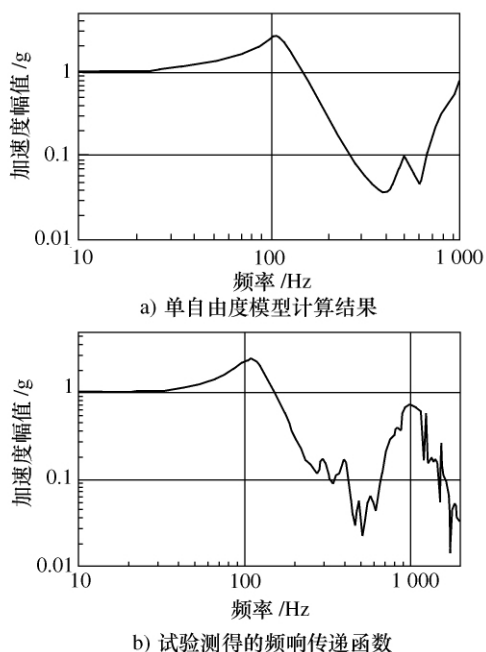


图9 计算和试验获得的频率响应曲线比较

两种方法分别得到的正弦扫描频率响应曲线,如图9所示,其中图9a)为单自由度模型频响函数曲线,图9b)为振动试验的传递函数曲线。

比较图9中的曲线可知,应用论文研究的动刚度预报方法获得减振器动刚度和阻尼值后,代入单自由度分析模型预报出的动响应结果与试验结果非常接近,表明了方法有效性。而且在中高频段,该方法也能捕捉到由于减振器刚度变化而引入的高频率共振峰,这表明较之传统的利用减振器静刚度进行设计计算的方法,论文研究的方法具有更高的精度。

3 结论

针对经典减振效果分析方法中减振器动态建模的不足,提出了基于有限元数值模拟的橡胶减振器动刚度预测方法,利用该方法建立了某惯导减振器结构的动态模型,该模型考虑了阻尼材料随频率变化的材料属性,计算获得了减振器频变的动态刚度和阻尼特性。利用计算获得的惯导减振参数对减振系统的减振效果进行仿真,并将仿真结果与试验对比。对比分析表明,基于有限元数值模拟的橡胶减振器动刚度预测方法能更好地预报减振效果。

[参考文献]

- [1] 朱石坚,楼京俊,何其伟等. 振动理论与隔振技术[M]. 北京:国防工业出版社,2006
- [2] Harris C M, Crede C E. **Shock and Vibration Handbook** (5th edition) [M]. New York: McGRAW-HILL Book Company, 2002
- [3] 陈莲,周海亭. 计算橡胶隔振器静态特性的数值分析方法[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 120~123
- [4] Treloar L R G. 橡胶弹性物理学[M]. 北京:化学工业出版社, 1982
- [5] Yeoh O H. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates[J]. **Rubber Chemistry and Technology**, 1990, 63: 792~805
- [6] Gil-Negrete N, Vinolas J, Kari L. A simplified methodology to predict the dynamic stiffness of carbon-black filled rubber isolators using finite element code[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006, 296: 757~776
- [7] 韩增尧. 复杂航天器声振力学环境预示技术研究[D]. 北京:中国空间技术研究院, 2000
- [8] MSC. Software Corporation. **Advanced Dynamic Analysis User's Guide** [M]. Santa Ana, USA, 2005